

1. Handelt es sich bei folgenden Formulierungen um Aussagen oder Aussageformen? Bestimmen Sie den Wahrheitswert von Aussagen sowie mögliche Grundmengen und Wahrheitsmengen bei Aussageformen.

- (1) Es gibt eine natürliche Zahl, deren Quadrat -1 ist.
- (2) Ist die Katze ein Säugetier?
- (3) Freitag der 13. ist ein Unglückstag.
- (4) Jede Primzahl ist ungerade.
- (5) n ist eine Primzahl kleiner 10.
- (6) Mannheim ist eine große Stadt.
- (7) z liegt am Rhein.
- (8) Wenn der Mond ein Würfel ist, dann ist $2 \cdot 2 = 5$.
- (9) n ist die Summe zweier Primzahlen.

2. Welchen Wahrheitswert haben folgende Aussagen?

- (1) Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $x^2 > 0$
- (2) Es gibt ein $x \in \mathbb{R}$, so dass $x^2 \leq 0$
- (3) Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt: $x^2 = 0$
- (4) Für jedes $x \in \mathbb{R}$ gibt es ein $y \in \mathbb{R}$, so dass $x \cdot y = 1$
- (5) Es gibt ein $x \in \mathbb{R}$ und ein $y \in \mathbb{R}$, so dass $x \cdot y = 1$
- (6) Für jedes $x \in \mathbb{R}$ gibt es ein $y \in \mathbb{R}$, so dass $x - y = y - x$

3. Beweisen Sie mit Hilfe von Wahrheitstafeln:

- (a) $(p \wedge q) \wedge r \Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)$
- (b) $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
- (c) $p \wedge p \Leftrightarrow p$
- (d) $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$

4. Stellen Sie Wahrheitstafeln zur Berechnung folgender logischer Ausdrücke auf oder vereinfachen Sie die Ausdrücke durch Berechnung

- (a) $(p \wedge (q \vee r)) \Rightarrow ((p \wedge q) \vee r)$
- (b) $((p \Rightarrow q) \Rightarrow r) \Leftrightarrow (\neg(p \wedge \neg q) \Rightarrow r)$

5. Erstellen Sie für das Distributivgesetz $a \wedge (b \vee c) \Leftrightarrow (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$ die Schaltpläne der linken und rechten Seite und argumentieren Sie deren Gleichheit.